Uitwerking Tentamen Golven en Optica, 18/3/99

Vraagstuk 1

a) $m_1 \frac{d^2x_1}{dt^2} = -m_1\frac{g}{\ell_1}x_1 - k\left(\frac{\ell_0}{\ell_1}x_1 - \frac{\ell_0}{\ell_2}x_2\right)$

$m_2 \frac{d^2x_2}{dt^2} = -m_2\frac{g}{\ell_2}x_2 + k\left(\frac{\ell_0}{\ell_1}x_1 - \frac{\ell_0}{\ell_2}x_2\right)$

b) $x_1 = X_1\cos\omega t \quad x_2 = X_2\cos\omega t \Rightarrow -\omega^2 X_1 = -6X_1 + 2X_2, \quad -\omega^2 X_2 = X_1 - 12X_2$

met $\omega^2 = p \quad (6-p)X_1 - 2X_2 = 0$ en $-X_1 + (12-p)X_2 = 0$

$\frac{X_2}{X_1} = \frac{6-p}{2} = \frac{1}{12-p} \Rightarrow 72 - 18p + p^2 = 2 \quad p^2 - 18p + 70 = 0 \quad p = \frac{18\pm\sqrt{324-280}}{2} = 9\pm\sqrt{11}$

$\Rightarrow \omega_1 = (9+\sqrt{11})^{\frac12} \quad \omega_2 = (9-\sqrt{11})^{\frac12}$

c) eigentrilling 1: $p_1 = 9+\sqrt{11} \quad \frac{X_2}{X_1} = \frac{6-p}{2} = -\frac32 - \frac12\sqrt{11}$

eigentrilling 2: $p_2 = 9-\sqrt{11} \quad \frac{X_2}{X_1} = \frac{6-p}{2} = -\frac32 + \frac12\sqrt{11}$

d) 1e eigentrilling: slingers synchroon in zelfde richting $\rightarrow \omega^2 = \frac{g}{\ell_0} \quad (\ell_0 = \ell_1 = \ell_2)$

2e eigentrilling: slingers tegen elkaar in, bij uitwijking x_1 geldt $x_2 = -x_1$, dus veer dubbel ingedrukt $\rightarrow \omega^2 = \frac{g}{\ell_0} + 2\frac{k}{m_1} \quad (\ell_0 = \ell_1 = \ell_2,\ m_1 = m_2)$

Vraagstuk 2

a) Zie Fowles en collegesheets $\rightarrow r_p = \frac{\cos\varphi - n\cos\theta}{\cos\varphi + n\cos\theta}$

b) Transformatie $\theta \rightarrow \varphi \quad n \rightarrow \frac1n$

$r_{p,a} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n^2} - \sin^2\varphi} - \frac{1}{n^2}\cos\varphi}{\sqrt{\frac{1}{n^2} - \sin^2\varphi} + \frac{1}{n^2}\cos\varphi}$ Snellius: $\sin\varphi = \frac1n\sin\theta$

$\cos\varphi = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}\sin^2\theta}$

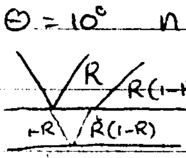
invullen $\rightarrow r_{p,a} = \frac{n^2\cos\theta - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{n^2\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}} = -r_{p,voor}$

c) Eis $\sqrt{n^2 - \sin^2\theta} = n^2\cos\theta \rightarrow \sin^2\theta = \frac{n^2}{n^2+1} \Rightarrow \theta = 55.4°$

Achterkant: eis $\frac{1}{n^2}\sqrt{n^2 - \sin^2\theta} = \cos\theta \Rightarrow$ idem als voorkant, $\theta = 55.4°$

d) Geen constante dikte $\rightarrow$ interferentietermen middelen weg $\rightarrow$ alleen intensiteiten optellen, geen amplitudes.

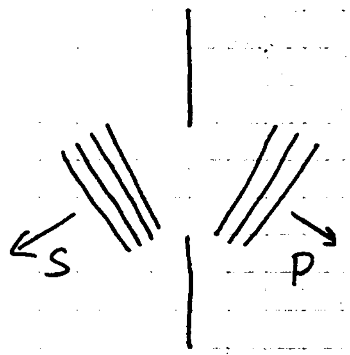
$\theta = 10° \quad n = 1.45 \Rightarrow R_v = |r_p|^2 = 0.032 = R_{achterkant}$



$R_{tot} = R + R(1-R)^2 = 0.063 \Rightarrow P_{refl} = 0.063 \times 20 = 1,25$ mW

Vraagstuk 3

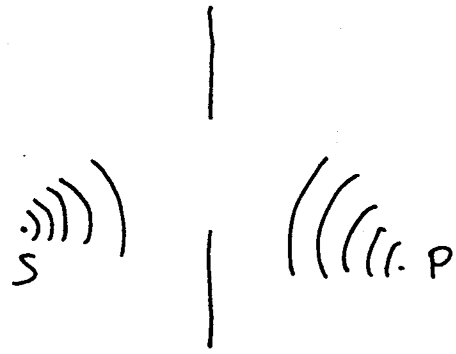
a)



Fraunhofer

"vlakke golven"

"bron en opvangpunt "ver weg"



Fresnel

" bolgolven "

bron en opvangpunt "dichtbij"

b) De quadratische term is een maat voor de kromming van de golf.
Als deze kromming veel kleiner is dan de golflengte van het licht,
kan men deze golf als vlak beschouwen. => Fraunhofer diffractie

c) Zie Fowles

d) Zijden 2x groter => maxima 2x dichter bij elkaar
maxima 16x hoger (4x t.g.v. kleiner opperolak o.patroon
4x t.g.v. groter opperolak apertuur)

Golflengte 2x groter => maxima 2x verder uit elkaar
maxima 4x lager (t.g.v. groter opperolak patroon)